

MIĘDZYNARODOWY KONKURS  
MATEMATYKA – NASZ WSPÓLNY JĘZYK

**ETAP 1 - KORESPONDENCYJNY**

1. Narysować zbiór

$$A = \{(x, y) : x^2 + 2xy + y^2 - 2(x + y) - 3 \leq 0\}.$$

2. Rozwiązać równanie

$$\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x - 2 = 0.$$

3. Rozwiąż nierówność

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \leq \frac{\sqrt{6x + 36}}{8}.$$

4. Rzucamy kolejno trzy razy kostką do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w otrzymanym ciągu wyników są przynajmniej dwie szóstki lub suma oczek przekroczy 14.

5. Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} x - 3|y + 1| = 0, \\ (x - p)^2 + y^2 = 5, \end{cases}$$

w zależności od parametru  $p$ . Podaj interpretację geometryczną tego układu i sporządź staranny rysunek.

*English version:*

1. Draw the set

$$A = \{(x, y) : x^2 + 2xy + y^2 - 2(x + y) - 3 \leq 0\}.$$

2. Solve the equation

$$\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x - 2 = 0.$$

3. Solve the inequality

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \leq \frac{\sqrt{6x + 36}}{8}.$$

4. We roll a die three times in sequence. Calculate the probability that the obtained sequence of results contains at least two sixes or that the sum of the rolled numbers exceeds 14.

5. Analyze the number of solutions of the system of equations

$$\begin{cases} x - 3|y + 1| = 0, \\ (x - p)^2 + y^2 = 5, \end{cases}$$

depending on the parameter  $p$ . Give a geometric interpretation of this system and make a careful drawing.