

MIĘDZYNARODOWY KONKURS
MATEMATYKA – NASZ WSPÓLNY JĘZYK

ETAP 1 - KORESPONDENCYJNY

1. Rozwiąż nierówność

$$\frac{5}{\sqrt{7-6x}} < x + 2.$$

2. Kwadrat o polu 121 ma wspólną przekątną z prostokątem. Figura, która jest częścią wspólną kwadratu i prostokąta ma pole równe 77. Oblicz pole prostokąta.

3. Zaznaczyc na płaszczyźnie zbiór rozwiązań nierówności

$$\log_{\frac{1}{2}}(3 \log_x(2y)) \geq 0.$$

4. Czy istnieje taki kąt $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, że liczby $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ ustawione w pewnej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny?

5. Udowodnij, że jeśli liczby całkowite dodatnie n, m spełniają warunek $n\sqrt{8} - m > 0$, to $n\sqrt{8} - m > \frac{4}{3m}$.

English version:

1. Solve the inequality

$$\frac{5}{\sqrt{7-6x}} < x + 2.$$

2. A square with an area of 121 has a common diagonal with a rectangle. The figure that is the intersection of the square and the rectangle has an area of 77. Calculate the area of the rectangle.

3. Mark on the plane the set of solutions of the inequality

$$\log_{\frac{1}{2}}(3 \log_x(2y)) \geq 0.$$

4. Does it exist an angle $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, such that the numbers $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ arranged in a certain order form an arithmetic sequence?

5. Prove that if positive integers n, m are such that $n\sqrt{8} - m > 0$, then $n\sqrt{8} - m > \frac{4}{3m}$.