

MIĘDZYNARODOWY KONKURS
MATEMATYKA – NASZ WSPÓLNY JĘZYK

ETAP 1 - KORESPONDENCYJNY

1. Rozwiąż nierówność

$$x + 1 \geq \sqrt{5 - x}.$$

2. Dla jakich wartości parametru p nierówność

$$\frac{x^2 + 2x + 2p}{x^2 + x + 2 - p^2} > 0$$

jest spełniona dla każdego $x \in \mathbb{R}$?

3. Agata oblicza sumę liczb całkowitych dodatnich począwszy od 1: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$. Gdy przerywa swoje obliczanie stwierdza, że otrzymana suma jest liczbą trzycyfrową o jednakowych cyfrach. Ile liczb dodała Agata?

4. Rozwiąż równanie

$$\operatorname{tg} x - \sin x = \frac{1 - \cos x}{2 \cos x}.$$

5. Odcinek o końcach $A(-1, -1)$ i $B(3, 2)$ jest podstawą trapezu. Druga podstawa jest trzy razy dłuższa i ma środek w punkcie $P(1, 5)$. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków trapezu i oblicz jego pole.

English version:

1. Solve the inequality

$$x + 1 \geq \sqrt{5 - x}.$$

2. Find the values of p such that the inequality

$$\frac{x^2 + 2x + 2p}{x^2 + x + 2 - p^2} > 0$$

is satisfied for each $x \in \mathbb{R}$.

3. Agata calculates the sum of positive integers starting from 1: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$. When she interrupts her computation, she finds the sum obtained to be a three-digit number with equal digits. How many numbers has Agata added?

4. Solve the equation

$$\tan x - \sin x = \frac{1 - \cos x}{2 \cos x}.$$

5. The segment with the ends $A(-1, -1)$ and $B(3, 2)$ is the base of a trapezoid. The second base is three times longer and its midpoint is $P(1, 5)$. Find the coordinates of the other vertices of the trapezoid and calculate its area.