

POZIOM ROZSZERZONY - 2011

1. (2 pkt) Rozwiązać nierówność  $|x - 1| + \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 5$ .
2. (2 pkt) Rozwiązać równanie  $3 \cos x = 2 \sin^2 x$ , a następnie wskazać wszystkie rozwiązania należące do przedziału  $[-2\pi, 0]$ .
3. (3 pkt) Wyznaczyć wartości  $a$  i  $b$  współczynników wielomianu  $W(x) = x^3 - x^2 + ax + b$  wiedząc, że jest on podzielny przez  $(x + 3)$ , a reszta z dzielenia tego wielomianu przez  $(x - 3)$  równa jest 6.
4. (4 pkt) Logarytmy (przy ustalonej podstawie) z liczb:  $a_1 = \frac{2}{5}x$ ,  $a_2 = x - 1$ ,  $a_3 = x + 3$  tworzą ciąg arytmetyczny. Wyznaczyć  $x$ .
5. (4 pkt) Wyznaczyć wszystkie wartości parametru  $p$ , dla których równanie  $(p - 2)x^2 - (p + 1)x - p = 0$  ma dwa różne pierwiastki ujemne?
6. (5 pkt) Student opracował 28 spośród 45 przygotowanych na egzamin tematów. Losuje trzy tematy. Jeżeli odpowie poprawnie na wszystkie, to dostanie ocenę bardzo dobrą, jeżeli na dwa - dobrą, a jeżeli na jedno - dostateczną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
  - a) dostanie przynajmniej db? b) zda egzamin?
7. (5 pkt) Bok trójkąta równobocznego  $ABC$  ma długość 1. Na bokach  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$  obrano odpowiednio punkty  $E$ ,  $F$ ,  $G$  tak, że  $|BF| = 2|AE|$  i  $|CG| = 3|AE|$ . Dla jakiej wartości  $x = |AE|$  pole trójkąta  $EFG$  jest najmniejsze?
8. (5 pkt) Z miejscowości A i B wyruszyli jednocześnie dwaj rowerzyści jadący ze stałymi prędkościami naprzeciw siebie. Do chwili spotkania pierwszy z nich przebył drogę o 15 km większą niż drugi. Jadąc dalej z tymi samymi prędkościami, pierwszy rowerzysta przebył całą drogę w 5 godzin, drugi zaś w 7 godzin. Obliczyć odległość od A do B i prędkości obu rowerzystów.
9. (6 pkt) Pole deltoidu wpisanego w okrąg o promieniu  $r$  równe jest  $r^2$ . Wyznaczyć kąty tego deltoidu. Sporządzić rysunek.
10. (7 pkt) W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest dwa razy dłuższa niż krawędź podstawy. Wyznaczyć cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy. Sporządzić rysunek.
11. (7 pkt) Dane są proste  $k : 2x - 3y + 6 = 0$  oraz  $l : 2x + 4y - 7 = 0$ . Na prostej  $k$  wyznaczyć punkt, którego obraz symetryczny względem prostej  $l$  leży na osi  $Oy$ . Sporządzić rysunek.